Mathematik für Wirtschaftsinformatik

Wintersemester 2015/2016 **Prof. Dr. M. Keller**

Blatt 10 **Abgabe 28.01.2016**

(1) Seien $n, m \in \mathbb{N}$ und A eine Matrix mit m Zeilen und n Spalten. Zeigen Sie, dass

$$\mathrm{Kern}(A) := \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = 0\}$$

ein Untervektorraum des $\mathbb{R}^n$ und

$$\mathrm{Bild}(A) := \{Ax : x \in \mathbb{R}^n\}$$

ein Untervektorraum des $\mathbb{R}^m$ ist. Hinweis: Sie dürfen Verwenden, dass Matrixmultiplikation linear ist, d.h. für $\alpha, \beta \in \mathbb{R}, u, v \in \mathbb{R}^n$ gilt $A(\alpha u + \beta v) = \alpha Au + \beta Av$.

(2) Untersuchen Sie, ob die folgenden Mengen von Vektoren Basen des $\mathbb{R}^3$ sind.

(a)

$$\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\1\\1\end{pmatrix}$$

(b)

$$\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$

(c)

$$\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\1\\0\end{pmatrix}$$

(3) Bringen Sie das folgende lineare Gleichungssystem auf Stufenform und bestimmen Sie anschließend alle Lösungen.

$$\begin{array}{ccccccc} x_1 & +x_2 & +2x_3 & +x_4 & = & 0 \\ x_1 & +2x_2 & & & = & 0 \\ 3x_1 & +2x_2 & +x_3 & +4x_4 & = & 0 \\ 5x_1 & +5x_2 & +3x_3 & +5x_4 & = & 0 \end{array}$$

(4) Gegeben Sei die folgende Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie eine Basis von $\mathrm{Kern}(A)$ an.