

---

## Analysis auf Graphen

Wintersemester 2015/2016

Prof. Dr. M. Keller

---

Blatt 8

Abgabe 15.12.2015

- (1) Sei  $(b, c)$  ein zusammenhängender Graph über  $(X, m)$  und  $L = L_{b,c,m}$  der dazugehörige Operator. Seien  $\alpha \geq 0$  und  $u$ , so dass  $(L + \alpha)u \geq 0$  auf  $W \subseteq X$ . Falls  $\alpha + c \neq 0$  und  $u \geq 0$  auf  $X \setminus W$ , dann gilt  $u \geq 0$  auf  $W$ .
- (2) Sei  $b$  der *Sterngraph* mit Standardgewichten über  $(X, m)$ , (d.h.  $b : X \times X \rightarrow \{0, 1\}$  und  $m \equiv 1$ ), wobei  $X = \{0, \dots, N\}$

$$b(0, n) = b(n, 0) = 1 \quad \text{und} \quad b(m, n) = 0, \quad m, n \in \{1, \dots, N\}.$$

Machen Sie eine Zeichnung für Ihre Lieblingszahl  $N \geq 3$  und bestimmen Sie die Eigenwerte und eine Basis aus Eigenfunktionen für  $L = L_{b,0,m}$ .

- (3) Sei  $b$  der *Liniengraph* mit Standardgewichten über  $(X, m)$ , (d.h.  $b : X \times X \rightarrow \{0, 1\}$  und  $m \equiv 1$ ), wobei  $X = \{1, \dots, N\}$

$$b(n, m) = b(m, n) = 1 \quad \text{falls} \quad |m - n| = 1 \quad \text{und} \quad b(m, n) = 0 \quad \text{sonst.}$$

Machen Sie eine Zeichnung für Ihre Lieblingszahl  $N \geq 4$  und bestimmen Sie die Eigenwerte für  $L = L_{b,0,m}$ .

- (4) Sei  $b$  der *zyklische Graph* mit Standardgewichten über  $(X, m)$ , (d.h.  $b : X \times X \rightarrow \{0, 1\}$  und  $m \equiv 1$ ) wobei  $X = \mathbb{Z}_N$  und

$$b(n, m) = b(m, n) = 1 \quad \text{falls} \quad (m - n) \bmod N = 1 \quad \text{und} \quad b(m, n) = 0 \quad \text{sonst.}$$

Machen Sie eine Zeichnung für Ihre Lieblingszahl  $N \geq 4$  und bestimmen Sie die Eigenwerte für  $L = L_{b,0,m}$ .